

Programa del Seminario

Cadenas de Markov

Leonardo Videla

June 28, 2022

1 Unidad 1: Una aproximación mediante ejemplos

Paseos en segmentos de recta; paseos en grafos simples; ruina del jugador; paseo en el hipercubo y urna de Ehrenfest; paseos aleatorios en la recta, en \mathbb{Z}^d , y en grupos de Cayley; nacimiento y muerte, proceso de Galton-Watson y cadena de Wright-Fisher, ejemplos de cadenas de Markov con valores en espacios métricos.

2 Unidad 2: Cadenas de Markov a estados discretos

1. Dependencia Markoviana.
2. Probabilidades de transición.
3. Filtraciones, tiempos de parada, propiedad de Markov fuerte.
4. *Hitting times*.
5. Clasificación de estados.
6. Recurrencia y transiencia.
7. Paseos aleatorios en la recta, en \mathbb{Z}^d , en grafos, en grupos.
8. Distribuciones invariantes.
9. Convergencia y teorema ergódico.
10. Reversibilidad. Cadenas reversibles en grafos.

3 Unidad 3: Procesos de Markov a tiempo continuo y estados numerables: procesos de Poisson y nacimiento-muerte

1. Ejemplos.
2. Q -matrices y sus exponenciales.
3. Propiedades de la distribución exponencial.
4. Construcción del proceso de Poisson.
5. Construcción de procesos de nacimiento y muerte.
6. Cadenas de saltos y tiempos de *holding*.
7. Explosión.
8. Ecuaciones backward y forward de Kolmogorov.

4 Unidad 4: Tópicos suplementarios

1. Semigrupos markovianos, generadores, y ecuación del calor discreta.
2. Funciones armónicas, el laplaciano discreto, martingalas a parámetro discreto, y propiedad de Markov.
3. Paseos aleatorios en grafos, redes eléctricas y teoría de Doyle y Snell. Aplicaciones a cadenas reversibles en grafos.

References

- [1] D. Aldous and J. Fill. Reversible markov chains and random walks on graphs. Retrieved december 25, 2020 from: <http://www.stat.berkeley.edu/~aldous/RWG/book.html>, 1999.
- [2] R. Bhattacharya and E. Waymire. *Stochastic processes with applications*. SIAM Publishing, 2009.
- [3] P. Billingsley. *Probability and Measure*. John Wiley & Sons Inc., New York, 3rd edition, 1995.
- [4] P. Brémaud. *Markov chains*. Springer NY, 1999.
- [5] P. Brémaud. *Discrete probability: models and methods*. Springer International Publishing, Switzerland, 2017.
- [6] K.L. Chung. *A course in probability theory*. Academic Press, 3rd. edition, 2001.
- [7] E. Cinlar. *Probability and Stochastics*. Springer Science+Business Media, 2011.
- [8] W. Feller. *An introduction to probability theory and its applications, vol. 1*. John Wiley and Sons, 1950.
- [9] D. Levin, Y. Peres, and E. Wilmer. *Markov Chains and Mixing Times*. American Mathematical Society Press, Rhode Island, 2nd. edition, 2017.
- [10] J.R. Norris. *Markov chains*. Cambridge University press, 1997.
- [11] D. Stroock. *An introduction to Markov processes*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2005.
- [12] D. Williams. *Probability with martingales*. Cambridge University Press, 1991.