

Programa del Electivo (Ingemat) y Seminario (Magister y doctorado en Matemática)
Introducción a los Procesos Estocásticos

Leonardo Videla

December 2, 2024

1 Descripción

Este curso-seminario entrega las herramientas básicas de la teoría y aplicaciones de procesos estocásticos con trayectorias casi-seguramente continuas, tomando como ejemplo fundamental el movimiento browniano.

2 Tópicos

1. Preliminares probabilísticos.
2. Procesos estocásticos a parámetro continuo: generalidades, leyes finito-dimensionales, teorema de extensión de Kolmogorov.
3. Construcciones del MB a partir de leyes f.d. y teorema de Kolmogorov-Centsov.
4. Opcional: construcción de Lévy. Construcción del MB como un procesos gaussiano.
5. Nociones de convergencia débil de medidas sobre $\mathcal{C}([0, 1]; \mathbb{R})$; tensión, compacidad en espacios de medidas, teorema de Prokhorov y principio de invarianza de Donsker.
6. Propiedades trayectoriales del MB.
7. Filtraciones y martingalas a parámetro continuo. Propiedad de Markov fuerte del MB. Distribuciones de hitting times del MB.
8. Semimartingalas continuas. fórmula de Itô y sus corolarios.
9. Integración estocástica.
10. Introducción a la teoría de procesos de Markov: ejemplos de procesos, generadores de procesos de Feller y propiedades trayectoriales.

References

- [1] Jean-Francois Le Gall. *Brownian Motion, Martingales and Stochastic Calculus*. Springer International Publishing, 2016.
- [2] Ioannis. Karatzas and Steven Shreve. *Brownian motion and stochastic calculus*. Springer New York, NY, 2 edition, 1998.
- [3] D. Williams. *Probability with martingales*. Cambridge University Press, 1991.