

TEORÍA DE CUERPOS DE CLASES EXPLÍCITA

1. RESUMEN DEL SEMINARIO

Sea K es una extensión de Galois de \mathbb{Q} con $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ un grupo abeliano. Por trabajos de los matemáticos Leopold Kronecker y Heinrich Weber en el siglo 19, sabemos que existe un $n \in \mathbb{N}$ tal que $K \subset \mathbb{Q}(\zeta_n)$ donde $\zeta_n = e^{(2\pi i)/n}$.

Sea $d < 0$ y ahora consideremos las extensiones de Galois K de $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ con $\text{Gal}(K/\mathbb{Q}(\sqrt{d}))$ un grupo abeliano. En esta situación la descripción de estas extensiones fue el fruto de trabajos de Kronecker, Weber, Takagi y Hasse.

Cuando trabajamos sobre $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ con $d > 0$ la historia es bastante diferente y solamente trabajos recientes han dado luces al problema. En este seminario nuestro objetivo es explicar los trabajos recientes de Henri Darmon, Jan Vonk y Alice Pozzi: [3] y [2] al respecto. En estos trabajos los autores utilizan métodos de naturaleza p -ádica para realizar las construcciones y demostrar algunos resultados.

2. TEMARIO

El primer semestre del 2024 seguiremos el siguiente orden en las exposiciones:

- (1) **Teoría de Cuerpos de Clases (TCC):** siguiendo el libro de Cox [1]
- (2) **Teorema de Kronecker-Weber:** siguiendo el libro [1].
- (3) **TCC explícita para cuerpos cuadráticos imaginarios:** Teoría de Multiplicación compleja siguiendo Silverman [4].
- (4) **TCC explícita para cuerpos cuadráticos reales:** seguiremos esencialmente el artículo donde las ideas y conjeturas fueron introducidas [3].

3. LUGAR

Este seminario se realizará el primer semestre en la PUC y el segundo semestre normalmente en la USACH.

REFERENCES

- [1] D. A. COX, *Primer of the form $x^2 + ny^2$* , John Wiley and Sons, 2013.
- [2] H. DARMON, A. POZZI, AND J. VONK, *The values of the dedekind-rademacher cocycle at real multiplication points*, J. Eur. Math. Soc. (JEMS), to appear.
- [3] H. DARMON AND J. VONK, *Singular moduli for real quadratic fields: A rigid analytic approach*, Duke Math. Journal, 170 (2021).
- [4] J. H. SILVERMAN, *Advanced topics in the arithmetic of Elliptic curves*, Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1999.