

Programa del Seminario

Tópicos avanzados en probabilidades

Leonardo Videla

November 17, 2023

1 Descripción

Este seminario busca entregar una panorámica de temas en el área de probabilidades y procesos estocásticos que habitualmente no son cubiertos en cursos de pregrado. Los temas han sido seleccionados de modo de relevar conexiones entre la teoría de probabilidades y partes del análisis clásico. Entre los tópicos a tratar se incluyen:

1. Distribuciones infinitamente divisibles y procesos de Lévy.
2. Semigrupos markovianos, generadores, y conexión con la teoría de PDE.
3. Introducción a la convergencia de procesos.

2 Programa

1. Unidad 1.
 - (a) Convergencia de medida en \mathbb{R}^n .
 - (b) Compacidad secuencial en espacios de probabilidad.
 - (c) Teorema de continuidad de Lévy.
 - (d) La fórmula de Lévy-Khitchine
 - (e) Medidas de Poisson y su clausura: medidas infinitamente divisibles.
 - (f) Leyes estables.
 - (g) Procesos estocásticos: generalidades.
 - (h) El espacio de Skorokhod.
 - (i) El proceso de Poisson y Poisson compuesto.
 - (j) Procesos de Lévy de variación acotada.
 - (k) El movimiento browniano como un proceso de Lévy.
 - (l) Procesos de Lévy generales.
2. Unidad 2.
 - (a) Semigrupos: propiedades básicas.
 - (b) El teorema de Hille-Yosida.
 - (c) Operadores multivaluados.
 - (d) Semigrupos en espacios funcionales.
 - (e) Procesos de Markov y funciones de transición.

- (f) Procesos de Feller.
- (g) Introducción a la teoría de martingalas en tiempo continuo,
- (h) El problema de martingalas de Stroock y Varadhan.

3. Unidad 3.

- (a) Una nueva visita a la convergencia débil de probabilidades.
- (b) Caracterización de compactos en el espacio de Skorokhod.
- (c) Convergencia en $D([0, T]; \mathbb{R}^d)$.
- (d) Aplicaciones a cadenas de Markov.

- (a)

References

- [1] David Applebaum. *Lévy processes and stochastic calculus*. Cambridge University Press, 2011.
- [2] Jean Bertoin. *Lévy processes*. Cambridge University Press, 1998.
- [3] Erhan. Cinlar. *Probability and Stochastics*. Springer Science+Business Media, 2011.
- [4] Stewart Ethier and Thomas Kurtz. *Markov Processes: Characterization and Convergence*. John Wiley and Sons, 1986.
- [5] Ioannis Karatzas and Steven Shreve. *Brownian motion and stochastic calculus*. Springer New York, NY, 2 edition, 1998.
- [6] Ken-Iti Sato. *Lévy processes and infinitely divisible distributions*. Cambridge University Press, 1999.
- [7] Daniel Stroock. *Probability theory: an analytic view*. Cambridge University Press, 2011.