Introducción a la teoría de conjuntos y una aplicación de forcing.

Instructor: Enrique Reyes

La teoría de conjuntos contemporánea es algo especial. Para algunos matemáticos como mi amigo Jonathon Funk (City University of New York) es “un paradigma que se volvió loco”. Para otros como Sharon Shelah, es algo que tiene que ver simplemente con “belleza”. (‘A disgusted reader may shout: “Beauty? You find in your mess some trace of beauty?” I can only say that I hear the music of those spheres or that every one likes his own dirt’; en: Sharon Shelah, The future of set theory, arXiv: math/0211397). Para mí, es la primera teoría que encontré genuinamente misteriosa, sutil, y con un alcance increíble.

En este seminario seguiremos esta teoría desde sus comienzos hasta la demostración que la afirmación “la cardinalidad del conjunto de todos los subconjuntos de N es precisamente el número infinito que sigue a la cardinalidad de N” es independiente de los axiomas de conjuntos que usamos todos los días. Esto se hace con una técnica llamada "forcing", inventada en los años 1960’s por Paul Cohen. Esta herramienta es algo profundo y complejo que ha llevado la teoría de conjuntos a las posiciones (algo contrapuestas) que menciono arriba.

Bibliografía

1. *Notas sobre la teoría de conjuntos*. E.R. Mi justificación para usar esto es que deseo refinar mis notas de clase, hasta el punto en que yo mismo las entienda bien.
2. *Forcing for Mathematicians*. Nik Weaver. Este es el libro guía para el curso.
3. *Set Theory*. Kenneth Kunen. Un clásico.
4. *Combinatorial Set Theory*. Lorentz J. Halbeisen. Este libro se puede ver como el sucesor de la referencia 3.
5. *Fast Track to Forcing*. Mirna Dzamonja. El título no es preciso para nada, no creo que haya un “fast track” para forcing, pero este libro es un muy buen resumen de la teoría.