

PROGRAMA DE CURSO

Tópicos en modelos probabilistas en dinámica de poblaciones y ecología matemática

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	Departamento de Ingeniería Matemática					
Nombre del curso	Tópicos en modelos probabilistas en dinámica de poblaciones y ecología matemática	Código	MA5420	Créditos	6	
Nombre del curso en inglés	Topics in probabilistic models in population dynamics and mathematical ecology					
Horas semanales (7 semanas +)	Docencia :	3	Auxiliares	1.5	Trabajo personal:	5.5
Carácter del curso	Obligatorio			Electivo	Carrera	
Requisitos	(MA4401, MA4402, MA5402)/AUTOR					

B. Propósito del curso:

<p>PROPÓSITO</p> <p>Este curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE) y genéricas (CG):</p> <p>CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.</p> <p>CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.</p> <p>CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.</p> <p>CE4: Generar y divulgar conocimiento en algunas de las distintas ciencias exactas y naturales, tales como matemáticas, física y biología.</p> <p>CE5: Concebir, diseñar y evaluar desarrollos científico-tecnológicos para resolver problemas en el ámbito de las ciencias de la ingeniería.</p>

A partir de los compromisos que devienen de la misión institucional de la Universidad y la Facultad, se incluyen además en la formación del egresado y la egresada, las siguientes competencias genéricas para la conformación de un profesional integral:

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG2: Comunicación en inglés

Leer y escuchar de manera comprensiva en inglés una variedad de textos e informaciones sobre temas concretos o abstractos, comunicando experiencias y opiniones, adecuándose a diferentes contextos y a las características de la audiencia.

CG3: Compromiso ético

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

CG4: Trabajo en equipo

Trabajar en equipo, de forma estratégica y colaborativa, en diversas actividades formativas, a partir de la autogestión de sí mismo y de la relación con el otro, interactuando con los demás en diversos roles: de líder, colaborador u otros, según requerimientos u objetivos del trabajo, sin discriminar por género u otra razón.

CG5: Sustentabilidad

Concebir y aplicar nuevas estrategias de solución a problemas de ingeniería y ciencias en el marco del desarrollo sostenible, considerando la finitud de recursos, la interacción entre diferentes actores sociales, ambientales y económicos, además de las regulaciones correspondientes.

CG6: Innovación

Concebir ideas viables y novedosas que generen valor para resolver necesidades latentes, materializadas en productos, servicios o en mejoras a procesos dentro de un sistema u organización, considerando el contexto sociocultural y económico y los beneficios para el usuario.

C. Unidades temáticas:

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1		Procesos de Markov generales en tiempo continuo	1
Contenidos		Indicador de logro	
1.1 Recuerdo de Cadenas de Markov a tiempo continuo (cadena de saltos y tiempo espera). 1.2 Procesos de Markov: semigrupo de transición, generador y martingales asociadas 1.3 Ejemplos: aplicación en procesos de nacimiento y muerte, movimiento Browniano. Nociones de difusiones.		El/la estudiante comprende la definición de un procesos de Markov en espacio general en tiempo continuo, el semigrupo, generador y martingales asociadas. Conoce además ejemplos centrales relacionados con la temática del curso	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 2 y 3. [2] Cap. 5	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2		Convergencia de variables aleatorias	2
Contenidos		Indicador de logro	
2.1 Convergencia en ley de variables aleatorias en espacios métricos, relación con convergencias L_p , c.s., en probabilidad 2.2 Teorema de Portmanteau. 2.3 Topología de la convergencia débil de medidas positivas 2.4 Compacidad relativa, definición de tensión y Teorema de Prohorov.		El/la estudiante comprende la noción de convergencia en ley de variables aleatorias y la topología débil en espacios de medida asociada a ella. Conoce además las formas equivalentes de establecer convergencia en ley, y la caracterización de compacidad relativa en base a la propiedad de "tensión", que es clave para probar convergencia en ley de v.a. y procesos estocásticos	
Bibliografía de la unidad		[3] Cap. 1	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3		Modelos clásicos de poblaciones en espacio discreto	4
Contenidos		Indicador de logro	
3.1 Procesos de nacimiento y muerte. Procesos de ramificación, modelo logístico. 3.2 Árboles de Galton-Watson. Construcción usando el árbol de Ullam. Transformación de Lamperti. Fórmula many-to-one. 3.3 Galton-Watson crítico. Condicionamiento a sobrevivir infinitamente. Árbol de Kesten. 3.4 Galton-Watson subcrítico. Nociones de cuasi-estacionaridad y límite de Yaglom. 3.5 Galton-Watson supercrítico. Convergencia, criterio de Kesten-Stigum. Descomposición en árbol de individuos prolíficos		El/la estudiante comprende la construcción de modelos simples de procesos de poblaciones. Conoce además los diferentes modelos de procesos de Galton-Watson clásicos y logra identificar los diferentes comportamientos asintóticos que presentan.	
Bibliografía de la unidad		[4] Cap. 1, [5] Cap. 1 [8] Cap. 1	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4		Complementos de procesos estocásticos.	2
Contenidos		Indicador de logro	
3.1 Procesos puntuales de Poisson y aplicaciones 3.2 Espacios de funciones continuas y càdlàg. Topología de Skorohod. 3.3 Criterios de tensión y convergencia en ley en espacios de trayectorias. Límites de escala		El/la estudiante conoce las topologías de los espacios de trayectorias y logra probar criterios de tensión para diferentes procesos que aparecen naturalmente en modelos de poblaciones.	

<p>3.4 Ejemplos: Teorema de Donsker, límites de escala de CM y procesos de ramificación (EDOs, difusiones), procesos de Levy.</p>	
<p>Bibliografía de la unidad</p>	<p>[3] Cap. 12 a 16. [6] Cap. 3 [7] Cap. 1</p>

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4		Modelos de poblaciones en espacios generales	5
Contenidos		Indicador de logro	
<p>4.1 Límites de escala. Difusión de Feller. 4.2 Modelo multi-tipo. Procesos a valores medida. Martingala de Biggins. LGN y TCL para procesos de ramificación. 4.3 Límites de escala. Introducción al Continuum Random Tree. 4.4 Procesos de ramificación a estados continuos 4.5 Modelos de población centrados en el individuo.</p>		<p>El/la estudiante comprende las dinámicas límites de diferentes procesos estocásticos que aparecen naturalmente en el estudio de poblaciones. Deduce comportamientos macroscópicos a partir de propiedades microscópicas y viceversa. Aplica criterios de tensión para probar la convergencia de diferentes modelos.</p>	
Bibliografía de la unidad		[8] Cap. 2 a 4. [7] Cap. 9 [9] Cap. 2	

D. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

E. Estrategias de evaluación:

F. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

- [1] Norris J. R., Markov Chains. Cambridge University Press (1997).
- [2] Ross S., Stochastic Processes, Wiley (1983).
- [3] Billingsley P., Convergence of Probability Measures, 2nd edition, Wiley (1999).
- [4] Harris, T. E. The theory of branching processes (Vol. 6). Berlin: Springer (1963)
- [5] Athreya, K. B., & Ney, P. E. Branching processes (Vol. 196). Springer Science & Business Media (2012).
- [6] Ethier, S. N., & Kurtz, T. G. Markov processes: characterization and convergence. John Wiley & Sons (2009)
- [7] Kyprianou, A. E. Fluctuations of Lévy processes with applications: Introductory Lectures. Springer Science & Business Media (2014)
- [8] Bansaye, V., & Méléard, S. Stochastic models for structured populations. Berlin: Springer. (2015)
- [9] Barlow, M. T., & Bingham, N. H. (Eds.). Stochastic analysis: proceedings of the Durham Symposium on Stochastic Analysis.(Vol. 167). Cambridge University Press (1990)

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	Semestre Otoño 2026
Elaborado por:	Nicolás Zalduendo – Joaquín Fontbona
Validado por:	CTD de Matemática
Revisado por:	Área de Gestión Curricular