

## UNA INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS FUNCIONAL NO ARQUIMEDEANO

Nuestro objetivo en este curso es explicar que situaciones que ocurren en el mundo arquimedeano existen también en mundos no arquimedeanos. En particular, nos centraremos en el desarrollo de tópicos de análisis funcional. Además, comenzaremos con una pequeña introducción al cuerpo de los números  $p$ -ádicos.

### 0.1. Información general.

- Este curso será dirigido por los profesores Luis Santiago Palacios y Daniel Barrera Salazar.
- Seguiremos los siguientes textos:
  - *Arithmétique de la fonction zêta* por Pierre Colmez. Para descargar el texto hacer click [AQUÍ](#).
  - *Fonctions d'une variable  $p$ -adique* por Pierre Colmez. Para descargar el texto hacer click [AQUÍ](#).
  - *The Eigenbook* por Joël Bellaïche. Para descargar un preprint del texto hacer click [AQUÍ](#).
- Será desarrollado en el DMCC de la USACH a partir de la primera semana de Abril.

0.2. **Resumen.** Cuando hablamos de números, podemos pensar en los números racionales  $\mathbb{Q}$  o los números reales  $\mathbb{R}$  o los números complejos  $\mathbb{C}$ . Los cuerpos  $\mathbb{R}$  o  $\mathbb{C}$  al imaginarlos les asociamos una descripción geométrica casi inconscientemente y son de naturaleza arquimedea. Dado un número primo  $p \geq 2$ , en el siglo 19 se introdujeron los números  $p$ -ádicos,  $\mathbb{Q}_p$ , los que de manera análoga a  $\mathbb{R}$  extienden  $\mathbb{Q}$ . Los cuerpos  $\mathbb{Q}_p$  son de naturaleza no arquimedea y se demostró que junto a  $\mathbb{R}$  son la única manera de extender  $\mathbb{Q}$ , obtenemos así una infinidad de mundos paralelos donde  $\mathbb{Q}$  vive de manera natural, dados por  $\mathbb{R}$  y  $\mathbb{Q}_p$  con  $p \geq 2$ . Una idea muy fructífera en la investigación actual es la búsqueda de conexiones o similitudes entre estos mundos de naturaleza tan distinta. En este curso nos concentraremos en algunos tópicos de análisis funcional y al final trataremos de conectar este estudio con geometría analítica.

0.3. **Contenidos.** Algunos temas que trataremos son

- Números  $p$ -ádicos.
- Espacios de Banach y ejemplos.
- Espacios de funciones localmente analíticas.
- Espacios de distribuciones y distribuciones temperadas.
- Familias de espacios de Banach.
- Teoría espectral para familias.